

日本の教師

6 授業をつくる II 戦後

学制120年・ぎょうせい創業100周年 記念出版

日本の教師[全24巻]

明治以降、今日にいたるまで
蓄積されてきた教育の実践と経験が
今、あざやかに甦る!!

編集代表●稲垣忠彦・中野 光・寺崎昌男

ぎょうせい

山岸昭則

教材の研究をどうすすめるか

1 教育目的をイメージして教材づくりを

★子どものつまりき、疑問から出発

「教科書は理屈だけ……」「ただ数とにらめっこ……」「ただ形式的なことだけを覚えそれに従って計算してきた」「何の意味もわからないまま公式どおりにあてはめて機械的に答えを出す作業」「天下り式の定義と機械的な公式暗記」等と数学教育を辛辣に批判するのは小学生から大学生までの声。

教師はいやおうなく教科書したがって指導要領数学に拘束される。このため教材研究の出発点もその解釈やその教授法研究からと考えるがである。しかし、冒頭の数学教育を告発する子どもの声は、教科書教材すなわち、指導要領数学さらには現代の数学のあり方こそ批判されるべきもので、無批判に解釈・教授されるべきものではないことを教えてくれる。

■柴田義松編「授業入門 何をどう教えるか―教材をめぐる教師と子どものドラマ」

■一九八二年（昭和五七）

■有斐閣

教材の研究をどうすすめるか

表 1

数学の「建造物」	形式主義	理論と実 際との分離
三階：言 語 内容豊かな諸概念や諸関係の研究および論 理的な整理の道具立として、数学で用いられ る表現手段の全体	二階と三階の 間の正しい結 びつきの欠如	一階と二階の 間の正しい結 びつきの欠如
二階：対 象 物質的な現実の諸関係や諸形態から抽象さ れた内容豊かな数学の諸概念や諸法則性		
一階：源 泉 客観的、物質的な現実		

(注) ストリアル『数学教育学』明治図書、1976年

教育の主体性や自律性を脅かす教育改造を要求する科学・技術や学ぶ対象として子どもに権威的に対峙する科学の体系は、教育とはなじまない。教育に適った形に科学をつくりかえること、これが教師の教材研究である。それは「ベートーベンの主題による変奏曲」*を作曲する作曲家のように、また先人の作品のバリエーションをつくる詩人や画家のように、科学の主題によるバリエーションをつくらうとするものである。したがって、教材とは、現存する科学の内容そのものでも、教科書教材そのものでもなく、教師が一定の観点に立って選択・構成した科学の主題によるバリエーションである。

★子どもの動きをイメージしつつ
生徒のつまりき・疑問を分析して、暫定的につかみ出した教材の核心を科学の主題によるバリエーションとしての教材・教具に顕わにすること、彼らのつまりき・疑問に一定の解決の試みが可能な教材・教具に顕

三❖科学・学問と認識との結合をもとめて

数学者ヒンチンは、数学教育にある伝統的な二つの欠点は、数学の一定の諸段階の間の結びつきの欠如した形式主義と、実際との分離であるといっている(表1)。現代における形式主義は、一方でいわゆるできない生徒を大量に生み出し、他方、いわゆるできるといわれる子どもも形式主義的にはできても内容豊かな数学的事実や実際との分離という弱点をもつにいたらしめている。いずれにしても一種の「落ちこぼし」という結果を生んでいるのである。

教師の教材研究は、そのような結果を招いているその教材の核心をつかみ出すことが必要であり、その端緒を与えてくれるのは、その教材に関して経験的に蓄えられてきた子どもたちのつまりき・疑問と現在、教師の前にいる生徒たちのつまりき・疑問である。

したがって、教師の教材研究の出発点は、当該教材に関する子どもたちのつまりき・疑問の分析にお

くべきなのである。

★科学の主題によるバリエーション

六〇年代民間教育運動における「科学と教育の結合」*を志向した現代化運動は、教科研究はもとより教育学的にも多くの成果を残した。しかしそれは、「学問と教育は別」とする教育行政の教育研究の自由に対する妨害・剝奪の政策に対峙するあまり、科学の論理や構造を強調しすぎると批判されてきた。社会の要請とか、技術革新に因應するという名目で教育改造をすすめたその後の官側の「現代化」が、教育の主体性や自律性を脅かすにおよんで、「科学と教育の結合」とは科学の教育への一方的移入の感をますます深くさせた。

*現代化運動：アメリカでは物理科学研究委員会(PSSC)が、日本では数学教育協議会がその先陣をきつた。

表 2 教育目的に適った教材づくりと授業構成のあり方をさぐる

教材づくりの視点	
数 学 の 場 合	授業場面のイメージ
<p>当該教材の生徒のつまずきや疑問が顕著な数学概念（あるいはその数学形式）に照応する物的・図的教材・教具（実験、ゲームなども含む）を開発する。</p> <p>要件 1. 生徒のつまずきや疑問に暫定的な解決の試みが可能なこと。</p> <p>2. 作らせる、並べさせる、画かせるなど生徒たちの感覚や手足や筋肉を通して行わせる。生徒たちの決断力や独自の冒険心を発揮させる等等、はじめから数・文字・図式の処理を行わせ、それに終始させるというように生徒たちを受身にさせることなく能動的な状態に置くこと。</p> <p>（注）暫定的に開発した教材・教具が下記総合の視点でいう教材・教具と一致すれば最適。</p> <p>開発した教材・教具が上記の教育的側面を満たしつつも、教科（数学）の論理に適ったものであることを追究する。そのために、開発した教材・教具が、数学特有の抽象的思考（概念を記号化し、概念操作を形式化する、というような数学的活動など）を獲得させることに有用なように改良を加える。</p> <p>その際、数学史（科学史を含む）、現代の数学のあり方・教育運動・心理学等の成果を分析の対象にすえ、教科の論理が、開発した教材・教具とその操作の中で実現できるようにする。</p> <p>分析の視点 1. 生徒のわかり方、疑問、つまずきの分析</p> <p>2. 当該教材の数学的特性抽出</p> <p>3. 特性分析による本質的概念（形式）の抽出</p> <p>総合の視点（下記の総合の視点参照）</p> <p>教育の論理と教科の論理を統一する再構成の試み</p> <p>総合の視点 1. 教材の本質的概念（形式）を教材・教具（実験・ゲームなども含む）に体现。</p> <p>2. 経験的素材の数学化（数学理論の応用を含め）を主題とする教材にあっては、具体から抽象的な数学形式への「抽象化の過程」を明らかにする。</p> <p>3. 数学的素材の論理化を主題とする教材にあっては、演繹的側面や抽象性を強調するにとどめず、数学的素材にもその論理化の過程にも「具体的意味附与」を行なう。</p>	<p>生徒を主体的に参加させる</p> <p>教科特有の思考や行動をさせる</p> <p>具体と抽象を関連づける</p>

（注）第16回日本教育方法学会（西要子〔金沢女子高〕、山岸昭則〔松任農高〕）発表資料「教材づくり」の部分抜粋。

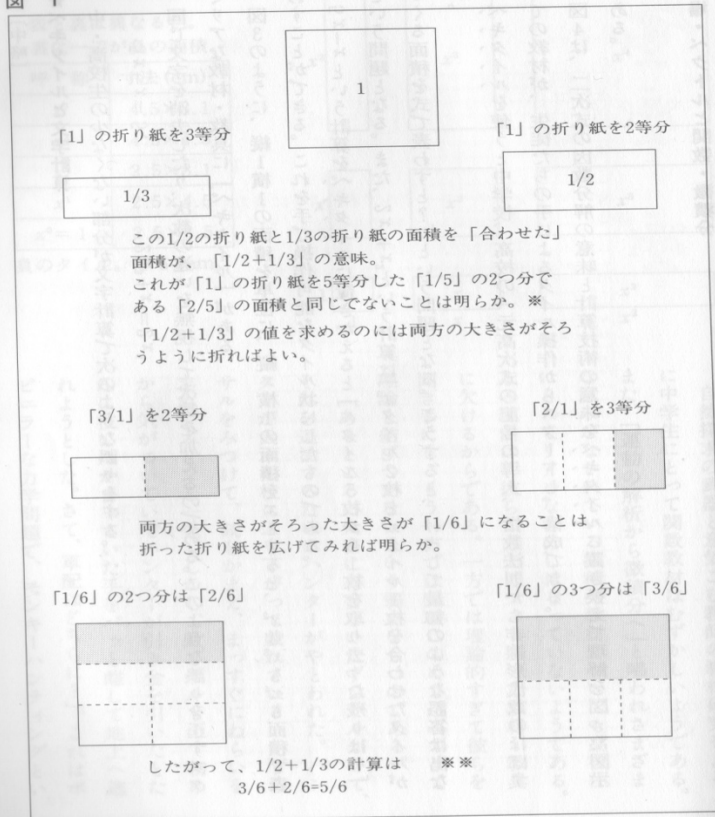
わにすること、これが教師の教材研究の当面する課題である。

抽象的といわれる数学概念とその形式としての数・文字・記号などを教材・教具に顕わにすることが、科学でも芸術でもそれなしに済まずことができない。「知覚された現実のある側面を表現しかつ包み込むイメージの……想像力」（ニスベット「想像力の復権」参照）に富むもので、現実的なものであっても、空想的なものであってもよいが、子どもが身近かてつくったり、並べたりできるものあるいはたやすくやってみたり、もて遊ぶことができる「ファミリアな」形にするということである。

イメージ豊かで、想像力をかきたてることが大切なのは教材・教具ばかりではない。教師の教材研究こそ授業における生き生きとした生徒の動きとそのような動きをつくる教材・教具をイメージし、想像をたくましくしつつ進められなければならない。ニスベットは、一流の芸術家も一流の科学者もベーコンの帰納主義的方法でもデカルトの知性主義的方法でも自らの仕事を続けたのではないことを示し、「独創的なイメージ、実際あふれるばかりのイメージにたよることなく、考えられるかぎりの方法にいかにか執拗に執着したとしても、結局は無益であり、何ものも生み出すことはない」（前掲書）といいきつている。

表2は数学の教師の教材研究がそのようにイメージしつつ進められていることを語っている。以下、この表の観点に立つてつくった教材・教具の例示と観点の具体的説明を述べることになる。ただし、ファミリアな教材・教具そのものを創る手順については第4節にまとめた。

図 1



2 子どもに適った学習対象を創る

——手づくり、手で学ぶ数学——

★分数折り紙と分数計算

分数は子どもにとってわかりにくい教材のひとつである。日教組教研の報告に度々「 $1/2 + 1/3$ を2/5と計算する高校生」がいるというのを聞く。「このバケツにプールから1/2ℓの水を汲んできなさい」という教師に「こんな小さなバケツにプールの水が半分入るわけがない」と反応する小学生が少なからずいると聞く。

この二例は、子どもの分数理解の問題点を端的に示している。量感の伴っていない分数理解であり、実在の量分数の世界と抽象的な割合分数の世界を橋渡しすることができない分数理解である。彼らにこのような分数理解をもたらした従来の分数教育を改めるフアミリアな教材・教具に「分数折り紙」がある。10cm×10cmの折り紙であるが、これを沢山作らせる過程で1ℓの量感は獲得されるように計画されている。10cm×10cmを底面とする水槽に蓄えられていく水量をモデルに連続量の数値化として分数を導入する。そのもとの量として正六面体の水量1ℓが獲得される。この水槽の垂直面一面の水の増減を観察しつつ折り紙をつくる。こうして10cm×10cmの1ℓ折り紙がつくれ、量の単位ℓをとり去ると「1」である(図参照)。

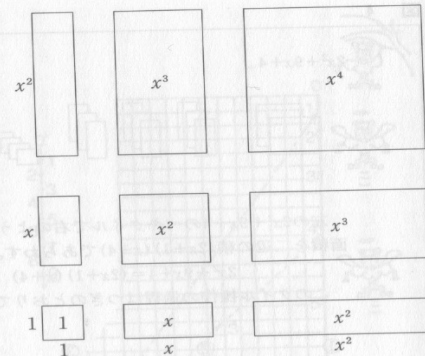
この折り紙を使うと図のように、計算の量的意味と誤りの意味がわかり(※)、計算技術の意味もわかる(※※)ことになる。

図 3

表と裏は異なる色。
裏は一辺が負の面積。

呼 称	寸法 (cm)
x^3	4.5×8.1
x^2	4.5×4.5
x^2	2.5×8.1
x^1	2.5×4.5
$x^0 = 1$	2.5×2.5

負のタイル。厚 5 mm。



自然探求の武器と意気込む教師の教材研究をよそに中学生にとって関数教材はむずかしいようである。また、「運動の解析から微積分へ」と唱われさまざまな試みがなされている微積分教材についても高校生にとってリアルなものにはなっていないようである。その理由は、彼らにとってファミリアな教材・教具に欠けるからである。一方で理論的すぎて彼らを聞き手にし、もう一方では実験にのめり込みすぎて理論と結びつかないという弱点をもつのである。

「あるところに人畜に有害ないたすらサルがいて、それを退治するためにハンターがやとわれた。ハンターが大木の枝にぶら下がって戯れているいたすらサルをみつめて、銃をかまえ、まっすぐにねらいを定めてズドンと一発。しかし、敵もサルもの、初めから気がついていてハンターが引き金を引いたとたんに枝につかまっていた手をパツと離して地上へ逃れようとした。さて、軍配はどちらに?」これはポピュラーな力学問題で、モンキーハンティングとい

〔中略〕

★ベキタイルと文字計算

中・高校生の少ない部分で文字計算で次のような誤りをする。

$$5x - x = 5, \quad 2x^3 + x^3 = 2x^5$$

同じ文字を消去したり、次数の違いを無視して次数を加えるのである。このような誤りを正すファミリアな教材・教具に「ベキタイル」がある。

図3のように、縦1横1の面積を単位に、縦 x 横1の面積を x とすると、 x^2 も x^3 も x^4 も面積で表わすことができる。これを手で操作可能なタイル状にしたものである。

図4は、二次式の因数分解の意味と計算技術の意味をベキタイルに置き換えて理解を図った図示である。

ベキタイルを使うと中学校、高校の一元高次式の記号の導入、指数法則から非線形代数のほぼすべての教材が、生徒たちの手によるタイル操作からスタートし、構成できる。

図4は、二次式の因数分解の意味と計算技術の意味をベキタイルに置き換えて理解を図った図示である。

★場・ベクトルと関数・微積分

あれこの問題がすっかり解ければ「初等力学の第一課は卒業したといってもよいかも知れない」といわれている。しかし、解くことはけっして容易ではない。

フアリニアな教材・教具「場・ベクトル」を紹介する。ハンターとサルの位置関係を格子点で表わし、「1日昼10時」で、弾の速度とサルの落下速度を矢印で表わす（「重力加速度」 g と「 g 」）と、弾の初速がOA（ g ）のときは九手目（発射10秒後）で弾とサルの速度変化を示す矢印の先端が同じ格子点に達する。初速OBのときは四手目（同10秒後）、初速OCのときは一手目（同10秒後）で同様となる。弾の初速の大小に関係なく格子点を同時に占拠する。これはサルが止まらなければならないことを意味する。両者の位置関係が変わってもまっすぐにむらいを定める初速をとるとサルは止まらなければならないのがこの問題の結論である。

二つの格子点を結ぶ矢印をつなぎあわせて速度変化を読みとれるようにしたのが「場・ベクトル」。それは時空の関数としての速度ベクトルを矢印ベクトルを媒介に空間座標の関数としてのベクトルに表わしたものだといえよう。

この教材・教具によって関数・微積分教材、この場合でいえばサルの速く法則や弾の運動の記述、命中する位置の計算等がめだたかもパズルを解くように中学生・高校生の授業の対象になる。

★学習の刺激の本質をかんる

このようなフアリニアな教材・教具は、北陸地区数学教育協議会の教師たちが子どもたちと共に開発した一部分である。こうした教材・教具を駆使する数学教育は、「手でつくり、手で学ぶ」数学

とよばれて生徒たちから好感をもって迎えられる。

「感動だ！ 計算がなんでも解けるようになった。そして楽しい」「教科書は増補だけであまりよくわからなかった。実験や操作をやったのが根本的にわかったし、楽しかった」「なにが数学の世界を征服したような気持ちになり、数学が好きになってくる」「何よりも、自分の手にとって振えるのが楽しい」「後の二人は、三重大学付属女子（教育方法）の講義「手でつくり、手で学ぶ数学」についての学生社評集より抜粋。

これまで子どもを学習させるためにとられてきた方法は、いわゆる「ムサとニンジン」方式で、苦痛と飢えをたくみに用いる「人間虐待」の一翼に立って学習へかきたてるものであった。この課が有力になってしまったために、教師は子どもが好奇心にかられて知的探求を行なう、あるいは学習の楽しさを味わえるような条件を準備することを目指し、試練や成績や順位などによる物しや褒賞で学習にかりたてるという弊害が一般化してしまった。このため子どもの少なくない部分が、学びをそこから早く解放されたい拘束・苦役のようにとらえるまでにいたっている。

「むずかしい問題でもベキタイルですとすむわね。それにベキタイルを求めているときは勉強しているとは思えない」という生徒の感想文は、従来の数学教育をはじめ教科教育全般のそうした弊害を示している。「楽しくわかれば勉強しているとは思えないというのは悲劇的である。教に

とっては授業は学ぶ喜びや学ぶ楽しさと無縁なものであったのであろう。

「学ぶ喜びや学ぶ楽しさを奪われた子どもは提案する。『僕たちの受けた教育は、天下り式の定義と機械的な公式暗記の授業であつたので……手でつくり、手で学ぶ数学のような授業が受けられたら、

と思いました。」(金沢大学数学専攻学生)。「中学生までわからないまま進み、数学というものが嫌いだ。だが、高校に入ってからベキタイルを使い始めてから数学がわかりはじめた。また数学をやるのが楽しくなった。……ベキタイルを中学の時から使うと数学が嫌いな人でもできるのではないか。」(日教組教研宮崎高報告)。

脅しや褒美で学習にかりたてる「人間意けもの」説とは訣別してもいいときである。それに代わる学習の刺激として遊戯との調和を選んでもよいことは、手でつくり、手で学ぶ数学に対する感想文からうなずけよう。

★工作人的知能と論理的知能の相互扶助

ファミリアな教材・教具を駆使する数学教育が、形式主義のために落ちこぼされたいわゆるでない、子どものための数学教育だと思ってはならない。いわゆるできる、子どもも次のようにいう。

「中学生のときはこういうものか本当にわかっていなかったような気がする。ただ形式的なことだけを覚え、それにしたがって計算してきたことがいまはじめてその意味が納得できた」「何か数学の本来の意味、本来の目的が少しずつわかりかけてくるようで感激する。何の意味もわからないまま、公式通りにあてはめて機械的に答えを出す作業が、何故つまらなかつたかがわかった。それは、その作業の意味、目的がわからなかつたこと、あるいは知らされなかつたためだ」「数学概念と実在の世界との間にある種のイメージをふくらませ、その二つを結びつけていくことの大切さを痛感した」(後の二点は前掲三重大資料)。

ファミリアな教材・教具による数学学習が計算技法を了解させ、公式を導くことを可能にし、証明を容易にするなどその相互扶助的な関係にあることを示してくれている。このことは数学においても心理学者が「両者の結びつきからあらゆる人間知能の進歩が生まれる」(ヴィオー「知能」参照)という工作人的知能と論理的知能の相互扶助が成り立つことを示すものである。工作人的知能とは、論理的知能が具体的事物に抽象概念を適用することであるのにくらべ、外界の事象に動作や行動を知的に適用するのが特徴で心理学者は実用的知能とも感覚運動的知能ともよんでいる。

ファミリアな教材・教具に動作や行動を知的に適用する必然的結果が、数学の論理に導き、それは同時に獲得した数学の諸形式を具体的事象の解析に適用する能力を育むものである。この手でつくり、手で学ぶ数学の主旨を知った青年はいう。「(一般には)具体的に考えることが、抽象的に考えることより劣っているように考えられていると思うし、私もそう感じてきた。しかし、今はそう感じてきた自分が恥かしい。何のための抽象化だったのだろう。具体的なものがあり、それにより発展させ、理解するための抽象であり、具体を知るための抽象ではなかつたのだろうか。」(前掲三重大資料)と。

★遊戯と学習の相互転換

図6は方眼紙と鉛筆で行なうカーレース・ゲームである。これは正方形を敷きつめたトラックのスタートライン上の格子点に各競技者が車を整列させ、先攻後攻をジャンケンできめて自分の番がきたら三つのルールに従ってトラック上の新しい格子点へ車を進めるのである。ルールに従って適

図 6

一車を進めるルールー

ルール 1. 次に車を進める新しい格子点およびその格子点と現在地の格子点とを結ぶ線分は、トラックから絶対にはみ出さない。

ルール 2. 二台の車が同一の格子点を同時に占領しない。

ルール 3. 前の手が目盛を

垂直に k 個 水平に m 個

進んだものと仮定する。そして、今回の手が

垂直に k' 個 水平に m' 個

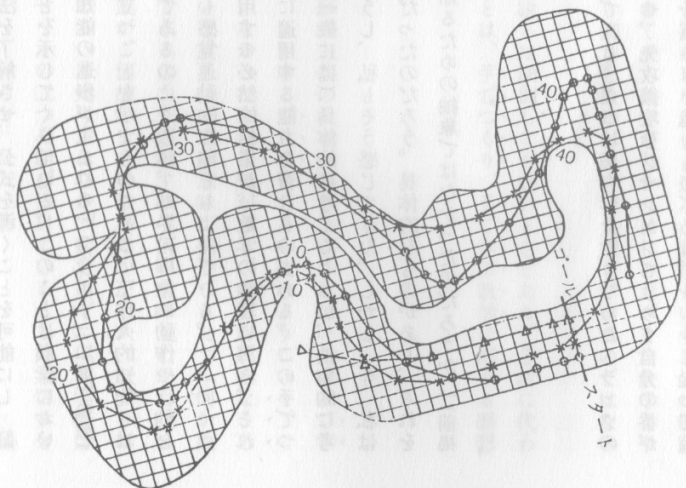
進んだものと仮定する。このとき

$k - k' = -1$ または 0 または $+1$

$m - m' = -1$ または 0 または $+1$

でなくてはならない。

(M・ガードナー『数学ゲーム II』日本経済新聞社1980年)



当に加速・減速を行なわないと△車のように脱線することになる。脱線しないで先に決勝線を通過した方が勝ちなのである。

このゲームはモンキーハンティングの例にあげたファミリアな教材・教具「場・ベクトル」の導入・定着を図るものであるが、ベクトルや後述する関数・微積分などの導入教材としても有効なものである。

このように教材をゲーム化することは教育になじまないと考えてはならない。芸術と科学といえども「われわれがよく問題とよんでいるものは、われわれの気を晴らしたり、創意工夫力をよび起こしたりするパズルに実際はより近い……。多くの科学……は根本的にはパズルでしかないものに対する解答からつくられている……。普通、日常生活に見られる困惑や謎や難問といった種類の問題、……科学であれ芸術であれ、このような問題以上のものに取り組むことはまれにしかすぎない」(ニスベット・前掲書) ものなのである。

伝統的数学教育や「現代化」数学教育の弱点はいまや明らかである。それは科学の主題によるバリエーションとしてのファミリアな教材・教具を欠いていたことであり、それを操作しながら学習するという遊戯的一面を欠いていたことである。現代の数学者たちという。ゴルディングは数学教育現代化に失敗したブルバギを戯画化している。「これらのモデル(集合、群、環、線型空間など——引用者)は子どもの遊び場としては適切でない。見たり教わったりすることはたくさんある。しかしやることはほとんどない。ところが数や幾何の広々とした野原には、誰にとつてもやるのにいい、教育的なことがたくさんある。こういうモデルのほうが日々の環境としてはより好ましい。

*N・ブルバギ：フランスの数学者集団の名称

「この解釈は、彼の数論のせめぎあいの結果として」(二)「数学との出会い」(参照)。ここで決定的な認識は「やること」である。また、かつてはブルバキの一派であったが、数学教育の「現代化」には批判的な数学者トムも「生徒を主体的ではなく活動的な状態に置かなくてはならない」、また、その決断力や独自の冒険心を発揮させ「(二)現代」数学、それは教育的・哲学的思考が「ジョン・デューイ」(同)「現代の数学」(所収)も「適応的」一面」をもつ理論が教育的といっている。

★ユークリッド「幾何学」(二)「現代」
★ユークリッド「幾何学」(二)「現代」
★ユークリッド「幾何学」(二)「現代」
★ユークリッド「幾何学」(二)「現代」

トムがいう教育的な理論とは、ユークリッドの幾何学を教える。しかし、教師の教材研究の課題は、数や幾何にとどまることはできない。すべての教材を「道」にとってもやるのにはいい形につくつかえ

3 子どもに合った数学的活動を創る

★全体としての数学的活動の学習指導

形式主義的な、あるいは「現代化」数学教育を批判するあまり、逆の実際の・経験的源泉喪失という誤りに陥ってはならない。自然の探求や科学・技術問題と結びつける数学教育を過度に評価する傾向はこれである。

この種の傾向が誤りであるのは、人間認識を帰納の部分と演繹の部分に分類するからであり、また、いずれかに極端を与えることによって、極端を有する高次元部分と数値部分とに分類するからである。

らである。「科学的発見の論理」で著名な科学哲学者ポパーは、ペーコンの帰納主義とデカルトの理性主義をそのようなものとし、近・現代人がいずれかに極端を求めたり、いずれが極端かを主張したりする傾向を生み出したと批判している。

数学教育がこの傾向に陥らないためには、帰納的側面も演繹的側面もその一部とする全体としての数学的活動の学習指導が必要である。フアラリアを教材・教具を駆使する教師の教材研究は、子どもを形式主義や理論と実際の数学教育から解放することを目指すながらも帰納主義に陥らないことを配慮し、全体としての数学的活動を子どもに合った形につくりかえる計画でなければならぬ。それはまた、フアラリアな教材・教具の習得を教え、より適切なものに自らを適合させる、あるいはもっと積極的にそれを自ら創る、調整する等々を教える計画でもある。

(中略)

★図像シエマ

代数計算の特殊な例で課題の解決にせまってみよう。

代数は式や方程式の一般構造やこれを計算で変形していくときにあらわれる法則を研究することが目的のひとつである。教育でこれをどう具体化するか表すの高校の二次関数の一般形を標準形に変形する文字計算、公式の由来を例にとる。

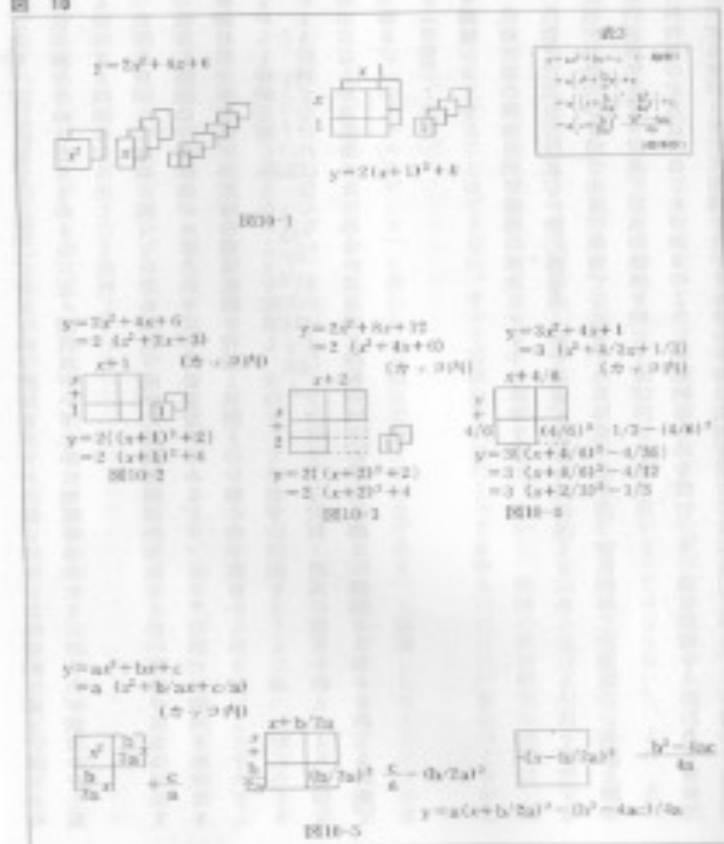
教科書の記述は、はじめの表すのよう一般なものを探し、その後は問題をそれにあてはめて解かせるというすでに利用した子どもから単純な批判を受けてきたものである。この場合も高校生

が「この文字計算をどうしたら自分で思いつけるのか」「計算の過程に表われる(式)を(式)で表す(式)で表す」という計算はなぜ必要なのか」などの疑問を持つことはよく知られている。これに答えようとする教材研究の第一の課題は、すべての生徒が数係数の一般形を標準形に変形できるようにすることである。なぜなら、文字形式の発生には長い年月に培われた数形式の普遍性が必要とされている。教育の場でもそれを子どもに獲得させるにも数形式に習熟していることが欠かせないからである。しかしながら教育では数学史と同じ年月をかけることはできないし、同じ試行錯誤を繰り返させることはできない。このような第一課題を達成できるのがベキタイルである。図10-1は、 $y=2x^2+4x+6$ のベキタイルに置きかえて「辺x+1」の正方形をつくっていくと、同じタイルが $y=2x^2+4x+6$ となることを示したものである。これはすべての生徒ができる。

このタイル操作による式変形が可能なのは特殊な数係数の場合だけで、文字係数をもった一般形の式変形はできない。ベキタイルには限界があるのである。こうして文字係数の式変形にイメージを与える、より適切な教材・教具に移行することが課題となる。図10-2から図10-4までのタイル操作の段階、タイル図操作の段階を通じて、イメージを伴って①正方形を作るためにはxの項の係数を二分して振り分ける必要があること、②正方形を完成させるためには底端部分の正方形が、必要で、この二点が理解される。こうして図10-5のような一般形の式変形の過程が視覚化され、文字係数の計算が理解される新しい教材・教具「面積シート」を得ることになる。

「最初はまわりの数と式、これと通りの数と式が良し」と思ったが、なれてくると計算のスピードは早くなるし、公式を発見し、理解でき、忘れてもベキタイルなどを頼りに思い浮かべ、自分で考

図 10



出せる」と生徒はいう。フアミリアな教材・教具から出発して、必要に応じて調換し、「数・文字・記号で構成された最高次の教材・教具の順列に到る」という思考の展開を計画する数学教育は、前述した数学史的時間経緯を一歩に正確させるばかりでなく、子どもの個人史的な成長の歴史も縮小させる。

（中略）

以上のような、全体としての数学的活動の学習指導をめざす数学教育の教材・教具に接した人達

は感想文で次のようにいう。

「数学がどこまでも現実に基づいているものであることは、私自身にとっても、今更ながら大きな衝撃であった。」「学問は具象と関係を持って初めて意味をもつと思うので……感激した。」「数学という理論を聖徳と神のお告げを聞いているというイメージだった。けれどシェーマを使うと、まるで数学をやっているような身近な学問という感じだ。」「国の中で理論だけとらえるのではなくモデル化し、手でふれてみることの大切さを感じた。」「算数三章大食料。」「……あることについて学問を立て、作ったり、操作したりして確かめ一般法則を創りあげていく、自分で発見させていく方向は大変大切なことだと思ふといふ学ぶことが多い……」（教師）

4 フアミリアな教材・教具を創る

★二つの源泉を統合して

いくつが同等してきたようなフアミリアな教材・教具をどう創出するか、専門教材を含めて教師の専門的力量が最も問われるところである。

教科書教材の持つ問題を考慮しながら子どもの実態に合った形が追求される教材・教具は、暫定的・思いつきの性格を帯びざるを得ない。しかし、このような性格は最小限にとどめられなければならない。なぜなら、すでに見てきたようにフアミリアな教材・教具は有効なものであるが、それが逆に問題でもあるからである。長期を見通した場合適切な教材・教具であるにもかかわらず、ある側面で非常に有効かつ運動的であるからといって採用したならば将来の学習にとって大きなハンディキャップとなる。有効であったためにそれに固執し、古くて適合しないために新しい考案方を学ばねばならない新しい状況に自らを適合させたり、調換することを拒むということが起こるからである。

この難点を解決するには二つのことを実現しなければならない。ひとつは、教師が発見する時点で数学的にも教育的にも難点を極力なくしたものを創ることである。しかし、これは完全に満たすことは不可能である。そこで第3節で述べたように子どもに次のことを教えることが必要となる。フアミリアな教材・教具の関係を教えること、彼らに教材・教具の有効性を拡張させたり、自ら開発させることである。

数学的にも教育的にも配慮の行き届いた教材・教具を創るには、現代における数学のあり方と数学史・科学史・文化史の研究を子どものつまみずき、疑問、おもしろさなどの心理学的・生物学的研究と深く結びつけることが必要である。

（中略）

★情熱の典拠を仰ぐ授業に再構築する

「フアムリアな教材・教具を与えよすれば授業が成立するわけではない。教師の最後の課題は、開発した教材・教具を学習対象に授業を構成することである。」

このときの最重要課題は、言語・概念的側面の教育に専念してきたこれまでの教育内容や方法が、なごりとしてきた興味とか美感とかといういわゆる情意的側面を重視することである。これをなごりとした教育は子どもの統制性・積極的感情を破壊したり、学ぶことに対して嫌悪感もしくは受動的・消極的感情を持つにいたらせる。このことはすでに引用した所で明らかにされている。

教師が教えることを注入するのではなく、子どもたちが考え、問題を提起し、解答を発見し、解答をすすめるという人間行動としての数学的活動を授業に実現する。このようなことが可能であることはその第一節を第三節、第四節でみてきた。

こうした数学の授業のアイデアの源もまた現代の数学のあり方や数学史などにある。よい教育に於いては、人は新しい存在をそれを使うことによって導入する。そしてそれらの相互作用の規則を存在していると考えられる素材や要素でもって明らかにする。また、その法則を取り扱うことにより、その存在に慣れる。その後で初めて、抽象的な定義を与えることができるようになるのである。このようにして組織した理論の無矛盾性を証明することが許されるのである。数学は、その最も顕著な特徴である、決して他のやり方では行なうことができなかった。数学の教育が立ち向かわねばならない真の問題は、厳密性の問題ではなくて「感覚と意味」の構成の問題であり、数学的対象の「存在論的正当化」の問題である。——トム「現代数学と通常の数学」(前掲書所収)。

以上述べてきた子どものために改造した数学教育は、教師や文筆を「生徒」にした積極授業でも

子どもと同様、快感をもって受け入れられた。このことはいわゆる発達段階というものを固定的、絶対的にとらえる必要のないことを教えている。

学芸者の発達段階に關係なく同じような快感を抱かせる秘密は、プラトンやヘルバートが構想した、教育における遊びの機能、遊びと学習の調和を実現した物理的・幾何的な教材・教具の操作にあるといえる。

教育は、「遊びを通してあるところまでだけ彼は人間なのです」というシラーの説を再評価し、遊戲と調和をめざした改造にとりくむべきではないだろうか。

校内暴力問題を契機に、社会療法論的なといえる教育論議に喧しい。教育は、本来、症状の出るのを未然に防ぐという意味で、病因療法的なものでなければならぬ。「愛護」しているといわれる現代の教育にあって、病因療法的な教育がどうすれば実現できるかを明らかにすることは緊急の課題といえる。

本稿はつぎのような観点に立ってこの課題に臨める試みを述べてきた。子どもから学ぶ喜びや学ぶ楽しさを奪い、脅しや競争にかりかたて、その攻撃・破壊本能の開花に多くの機会を与え、畢竟人間に差別をつけ、分裂させ、社会の分断を再生産するところに現代教育の病因を求め、かつ「芸術による教育」で著名なブーダが、平和をめざす教育は人間の攻撃・破壊本能を無害にする計画でなければならず、それは情緒の失態を伴う、創傷的な遊び・事物による教育という教育改造により達成できる、と説いたことに共鳴し、さらに、科学主義の偏狭の強い現代にあっては、「芸術と科学」とはその性質上お互いに大変異なつたものであるという……考え違いを許さず「ミス・ベッ

ト・創造性、科学と芸術の創造行為の類似性を視野に入れた、科学の主題によるバリエーションづくりを重視した。

この観点に立った教育改造の試みは、懸念の「科学と教育の結合」の内容を豊かにするであろう。

（七一―二〇ページ、註）

解題

山岸昭則は、一九四一年（昭和一六）に大阪市で生まれた。車両会社に勤務した後、科学・技術の基礎としての数学・力学の重要性に着目し立命館大学理工学部に入學。土木工学科に学んでいたが、講師で来ていた数学者・森毅の数学講義にふれて、数学教師になることを決断し、数学物理学科に転科している。卒業後、石川県の普通科高校に赴任した山岸は、最先端の現代数学の成果を教える教育をすすめていたが、一九七四年に転任した松任農業高校では、教科内容の現代化運動それ自体の反省と転換を迫られ、数学の歴史と数学そのものを問い直すことになる。

五〇年代後半の遠山啓の提起した「量の概念の重視」と「タイル」というシェーマの創造に学び、すぐれた実践である「手でつくり手で学ぶ数学」を生み出した。疑問をもつて授業にのぞみ、数学の論理を納得し楽しめるという「授業への主体的な参加」をもたらしただけでなく、生活経験や具体からの抽象化の過程を数学学習にとりこみアルゴリズムの意味を実感させるシェーマ「ベキタイル」をつくり出した。

「数学を学ぶ」ということは、抽象化されてしまった結果を知ることではなく、具体的な諸活動から数・量・式として抽象化していく過程を歩むことであり、その表現の様式を数式化し洗練していくことである。そして、計算法・論理展開というアルゴリズムの意味を実感し味わうことである。真性の数学の世界に参入し学ぶ過程として数学の授業を創造しているとともに、教科教育の現代的課題を典型的に提起する実践といえる。〔堀江〕

注記…解説前段の私の履歴に一部間違いがあったので、「日本の教師」6巻（授業をつくる Ⅱ 戦後）の解説前段の私の履歴の一部修正と併せて統一させていただいた。〔山岸〕

