

“共生・共創”の数理リテラシー教育と探究学習・考2

～ 誰もが挑め・格差感を拭え・飛躍を伴う学びを ～

はじめに 思いがけない<探究>という形態の学びを強いられている教師と生徒へのエールを込めて短い例示をした前稿は如何でしたでしょうか？

私がホームページに up してすぐ、「新稿の位置付けは？」との問いかけに複数の AI が生成 AI で応えていたので、文末脚注に Gemini の方を紹介しておいた¹。

自然界の（波紋の消滅や熱湯が常温になる）「平衡状態へのプロセス」を格子ボードゲームに抽象・モデル化し、それで自然・社会諸事象を再現・拡張する数理リテラシー教育を実践する研究過程の一端をご覧頂きました。この中には、もちろん（高校生・大学生を含む）青少年の数理リテラシーを活かした探究学習を展望した私(教師)の探究活動の姿も視えるようにしておいた。

私が自分の教育活動の根底に据えている核心は、「自分の人生の主導権を他人に握らせない青少年を育む」ことにおいてきましたが、そのために理数教育が最も顕著な“教え＝学び”のあり様を問題視してきました。そこでは生徒たちの思考結果の当否の最終判断は、教師と教科書や参考書の正答欄、時には実験再生にあると、毎日毎時間、これでもかこれでもかというほどに彼らの権利の生育を阻んでいる。この傾向は語学教育でも似たり寄ったりだと見ていた。

この傾向に終止符を打つ“教え＝学び”を研究実践することが必要と考え、主テーマの「共生・共創の数理リテラシー教育の創造」に欠かせないと考え実践してきたのが次の3点を具体化することと心がけてきた。副題をもう少し言い換えると、全ての“教え＝学び”の場面において

(1) 誰もが取り組み自らの頭で考えられる (2) それまでのハンディをなくす (3) 少しの飛躍を含め達成感を伴わす
を実現することで、今回の副題とした。

1. “共生・共創”の数理リテラシーとは

“共生・共創”の数理リテラシー教育の代表の“誰でも参加できる教え＝学び”の実現、実はなかなか難しい。なぜなら、いわゆるできない子向きに誰でも参加できる教材づくりをすれば解決するわけではなく、むしろ、できる子が共に学ぶ意欲を掻き立てられる教材の創造が伴わなければ意味がない。

そこでは習熟度別クラス編成とか文理コース別クラス分けなど不要な混合クラスが前提です。さらに“できる・できない”の基準に誤解があるので、どちらの子も共に学べる教材づくりを開発できることが前提だからである。

多くの生成 AI で良問とされている問題を再び、**数楽 1) 同符号 2 数が綾なす不思議**

「みなさん！携帯電話を取り出し電卓を使えるように用意して下さい。つぎに、符号が同じ 2 つの（実）数をそれぞれ思い浮かべて下さい。」

2 数を思い浮かべたらつぎの手順で作業せよ。

step 1) 各自が思い浮かべた 2 数、例えば、
3, 6 ならば和 9 を作ると数の列（以下、数列）3, 6, 9 ができる。

step 2) 数列の後ろの 2 数 6, 9 の和 15 を追加する。以下同様につぎつぎに後ろの 2 数を加えて 10 個ほど数列をつくる。

step 3) できた数列で 次の数/前の数 の比をつくる
6/3, 9/6, 15/9, 24/15, …

step 4) 電卓で各比を小数に直した時、どんな値に近づいていくように見えるか？
推移をグラフで描いてみてください。

step 5) 最初に思い浮かべた 2 数と最後の小数値の全員分板書すると不思議が見える

学生はレポートする「数列を習っていないでも計算そのものは小学生でも簡単に出来る。また極限を知らなくても、小学生から大人まで数学の不思議さ、面白さを知ってもらえることができるのではないかと思った。」「先生に指定された数字でなく、各自好きな数字を選べるとなると、思わず参加したくなる。生徒に授業への積極的参加を促しやすいという点で、これは面白かった。」と。

前稿で予告し、あとから展開する「面積増減の不思議?」も同様な教材です。そして最後には学生たちの辛辣な教師批判とも遭遇するし、必然的に教科書検定制度や学校システム崩壊にまで言及せざるを得ないことにもなる。

教師の中には「教科書にない」と嘯く者もあるだろう。そう教科書並びに検定制、更には日本型教育システムと衝突せざるを得ないことも出てくる。そこで私のお勧めは、“共生・共創”の数理リテラシー教育模索の道です。

数楽 2) ついていたハンディをなくし、同じスタート台から学びを開始させる

数学のハンディと言え、誰もが思い浮かぶのは数・式・文字つまり“代数”といっても差し支えないだろうから私の研究・実践のうちの

ベキタイル（英語名 Algebra Tiles）

と命名した高次多項式の代数を紹介する。

ネットサーフィンすると国の内外で利用され、

なかには小学校4年生が中学3年や高校の因数分解を解いてしまったという報告もある。

しかし、後で話題にするが教科書をはじめ間違った利用の仕方もある。

1973年に私が発表した「ベキタイルの代数」を読むにあたっては、表裏色違いで少し腰のある紙で作って実物操作を交えつつ読み進めて下さい。

1) ベキタイルの代数の生い立ち¹

ここでは代数のはじまりと言われる中学校「正負の数」の導入を水槽内水量の増減をモデルにキャンセル（相殺）タイル・ベキタイル・面積図をモデルに頁下の系統図で「多元（高次）式とその計算」を展開した私（教師）の探究活動の概要である。



これをご覧いただくと、人間の歴史バビロニア・ギリシャ、東方アラビア、ヨーロッパにおける数字・文字・式の記数法と初等代数の系統発生の認識史、個体（生徒）発生の認識史、これは代数にとって特に重要な「発見と証明のはざま」を埋め個体発生の認識の流れに活かそうとしたのが教育課程編成原理である発達観偏重のスパイラル方式でなく、

「運動的表象—映像的表象—記号的表象」

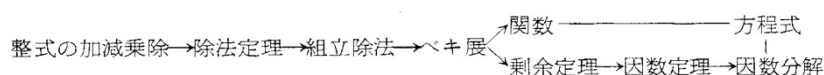
（簡単に

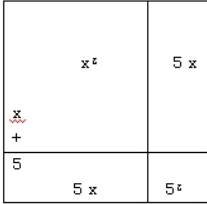
「手で—イメージで—数字・文字で」）

と構成するブルーナー流構成主義的スパイラル方式。この系統発生的な認識史における決定的な分水嶺は、

即物的な加減中心の記録から（筆）算用数字への道には、乗除の筆算アルゴリズムの発明と、その筆算の持つ「発見と証明」の溝を埋め、さらにそれを一般化させた方程式の未知数、文字代数の文字係数、式計算によるアルゴリズムへの拡張・前進さらに公式化。

テキスト「ベキタイルの代数」では下図流れで展開していた。



		記号代数
言語代数	符号を用いずすべて言葉で表現 〈根の〉平方と10倍の根は39に等しい。すなわち、平方に10倍の根を加え、39になるような根は何か？	左を記号代数で書くと $x^2 + 10x = 39$
東方アラビアの幾何学的解法	これを東方アラビアの代数では幾何学的図形を用いて解法と証明を行っている。 $x^2 + 5x = 39 + 5^2$  2次方程式は正方形を完成させることで解ける（解は正数のみ）	
略号代数	これを記号代数的に解くと $(x + 5)^2 = 64$, $x + 5 = 8$, $x = 8 - 5$, $x = 3$	
	16 census et 2000 <i>aequalis</i> 680 rebus ドイツ中世のレギオモンタヌスの例	左を記号代数で書くと $16x^2 + 2000 = 680x$

2) 教材を手でつくり・学ぶスタイルに創りかえる²

この1)、2)の史実を一瞥できるようにしたのが上図（ターリマーク、ローマ数字…の記数史は省略）。

暗記や公式当て嵌めに弱い傾向のいわゆるできない子たち、「感激だ！計算は何でも解けるようになってしかも楽しい」と、また見知らぬ他郷の教師の実践でも「中学生までわからないまま進み、数学というものが嫌いだった。だが、高校に入ってベキタイルを使い始めてから数学が分かりはじめ数学が楽しくなった。これを中学校からすれば数学嫌いも少なくなるのでは」（当時の日教組全国教

研報告・宮崎高）

一方、校内の試験も公開の試験もクリアしてきた暗記や公式当て嵌めに長けたいわゆるできるとされてきた子たち（大学生含む）、しかし計算はできるとどのような具体的状況にどのような演算を必要とするかの判断ができるとは限らない。つまり行われる演算の目的—何のためにこのように計算しなければならないか—や、公式の由来—なぜこのように計算しなければならないか—という根本的弱点を、ベキタイルをはじめ前回の格子・ボード他の各モデルによる抽象形式の数・文字・式と計算法・計

¹ <https://ws-idea.artec-t.com/TilesWorld/AlgebraTiles.pdf>

² <https://ws-idea.artec-t.com/nihontech9.pdf>

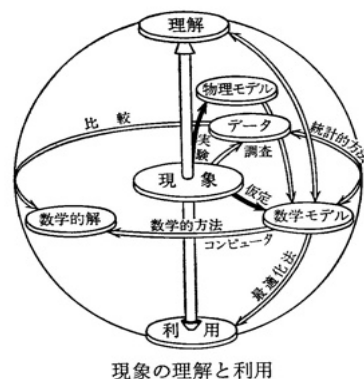
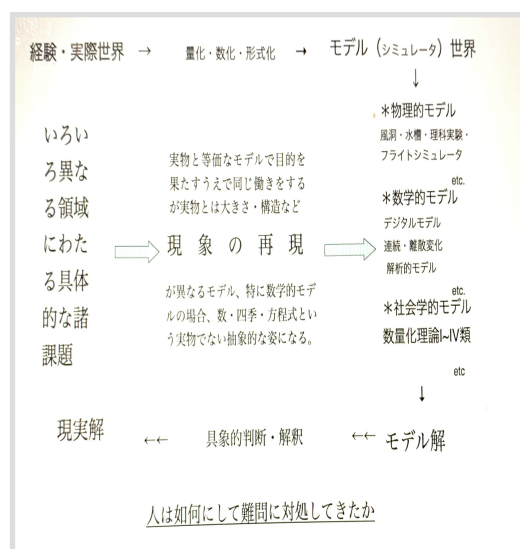
算の組織化（公式）による視覚化（今流に言えば“見える化”）操作性によって、「神話化されていた数学を人間化した」、「数学を征服した実感」、「数学がどこまでも現実に即しているものであることが今更ながら大きな衝撃」等々「驚嘆と感動で嬉しくなる」という想いを各地の塾・中学・高校大学から報告され、教科書内容量は1980年代と比べ量は雲泥の差、インターネットではオンライン空間を巧みに利用したツールを開発・併用した商用や教師教育用の“Algebra Tiles”が内外サイトで閲覧できる。

ところが、その日本の現行中学校教科書をよく見れば、キャンセルタイル無く、高次タイルは2次止まり。私が発表当時の公開授業（脚注1）冒頭の授業に参加した高校教師は、「大変楽しく面白かった。ふと教師に戻って、これらを具体的に何時間で実施するか、ということが気になった。しかし、時間よりも楽しくやっている自分の教室の生徒を思い浮かべるとこちらも楽しくなる」と感想文を残していた。またAIが“ベキタイルと複雑性科学ⁱⁱ”との親和性や関連性を説いている現在、非線型代数全般にベキタイルを活かす教育をこそ展開すべき時にキャンセルタイルも高次タイルも活かしきれない教科書編者と検定制は時代錯誤も甚だしい。このような<探究>活動や<数理探究>を行わずして、教師や生徒に<探究>を強いるのは如何なものか、また将来を見越し教育課程に入れ次代の青少年が学んでこそ彼らが発達されることを肝に命ずべし。

右図上は『今ない不確実…』パート2でも提案していた、「人はいかにして難問に対処してきたか」を簡略化して主に数理学者たちの探究過程をダイアグラム化したもの。ベキタイルをはじめとする教育モデルの一つひとつが、時には物理的モデルであったり、数学的モデルであったり、社会学的モデルであったりし、その分析・総合・発想（アブダクション）の認識を経てモデル解を得て操作し、具象的判断・解釈によって、経験・実世界の数理解を得たフローチャートである。この思考スタイルについても『今ない不確実…』パート2において「紙に空けた1円玉大の孔に、五百円を通す」というマジックのような挑戦（これも誰もが取り組み自らの頭で考え、それまでのハンディキャップを感じさせない）教材であった。

これらの事例を見ると、もはや法的拘束性を持たす指導要領や教科書検定制は教育にとっては桎梏の何ものでもなく大きく変えるべきだ。

変更の方向は、『世界は数理でできている』というPISA調査を開始するにあたり参考にした米国の数理科学教育委員会発表の資料集（パターン、次元、量、不確実性、形、変化の6章）で各章は、21世紀の数学カリキュラムへの創造的アプローチに適切であるカリキュラムは、必ず数理科学のする多様な構成要素を含む編纂となるだろう、と。日本は法的拘束性で縛って各地方・学校には編纂権がなく教師の自主編集に委ねるしかなく、こうして開発した様々な教材・手法の普及を図った



（近藤次郎「数学モデル 現象の数式化」丸善 1976）

一つがベキタイルであった。

また上図は平面だが、分野によっては下図のように3次元的な捉え方が必要な場合もあり柔軟な対応を要する。にも関わらず2005年の文科省教員研修会で、「PISAを超えて」と謳い平面ダイアグラムが提案されて、指導要領の徹底を図ろうとする教員研修で思考スタイルまでを型に嵌めるのは如何なものかと思う。

数楽3】達成感を伴わず（少しの飛躍を入れ）

教科書にないキャンセルタイルも2次以上の高次式も使い実践した中学教師の教え子の声：

“私ら、小学3年生とちがうんだぞ”「工作用紙をきって」という先生を恨んだ。もんくを言いながらもタイルのできあがり。「 $2x^2 - 4x - 3 - (2x + 5) = ?$ をやみなさい」と言われ、「こんなもの頭の中で…」と答はみごとに違い、タイルを見直したものだ。今までわからない問題はやめておくか隣に聞いたりしていたが、タイルさえあれば、答えは出てくる。答よりもっと大切なこと、基本・何故こうなるのかということがよくわかった。これまでは式の「かたち」だけしかわからなかったが、タイルを使うことで、基本・経過・結果

がよくわかった。これを利用し、応用問題にすすめば、よくわかった。これを利用し、応用問題に進めばより力確かにできるのではないだろうか。

このようにタイルはかたちだけだった私に計算の理由をプラスしてくれる結果となった。」ⁱⁱⁱ

なお、この教師は、私の実践に無い“直積表”という手法を編み出し、生徒の文字・式計算獲得を容易にさせている（文末脚注 iii 参照）。

数楽 3】の表題「達成感を伴わす（少しの飛躍を入れ）とは、数学の得手不得手に拘らずベキタイルの場合はそのまま新しさから導入そのものが“飛躍”であった。しかし、最後の生徒の声には、不十分ながら演算の目的と公式の由来について語っているのが“達成感”を伴っているのがわかる。

数楽 4】面積増減の不思議?! 2

グラフ用紙に右図上のようの一辺 13cm×13cm の正方形を描き、8 cm、5 cm で寸法のように線を入れる。

正方形を切り抜き、それをさらに各寸法で切断し、合わせて（裁ち合わせ）長方形を作り、それぞれの面積を求めよう。どうなるだろうか？

小学校高学年から「正方形を裁ち合わせて長方形に作り直しても面積は変わらない」というのが常識としてある。ところがここでは「-1」少なくなっている。

同じように、1 辺の長さが 8 の正方形を 3、5、また、1 辺の長さが 21 の正方形を 8、13 に切り分け、裁ち合わせて長方形を作り、正方形と長方形の面積計算を求め比べてみよ。

同じように面積増減が起こるだろうか？

略 解)

正方形の面積	長方形の面積	面積の増減
$8 \times 8 = 64$	$5 \times 13 = 65$	+1
$13 \times 13 = 169$	$8 \times 21 = 168$	-1
$21 \times 21 = 441$	$13 \times 13 = 442$	+1
$34 \times 34 = 1156$	$21 \times 55 = 1155$	-1
(以下略)		(単位省略)

と、やはり面積の増減が起こり常識に反する？

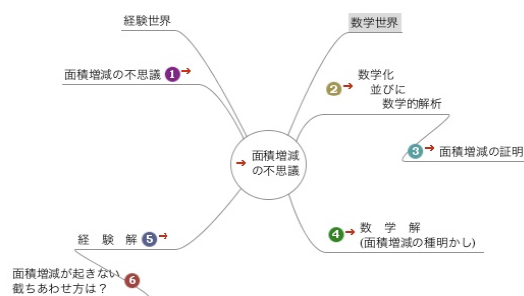
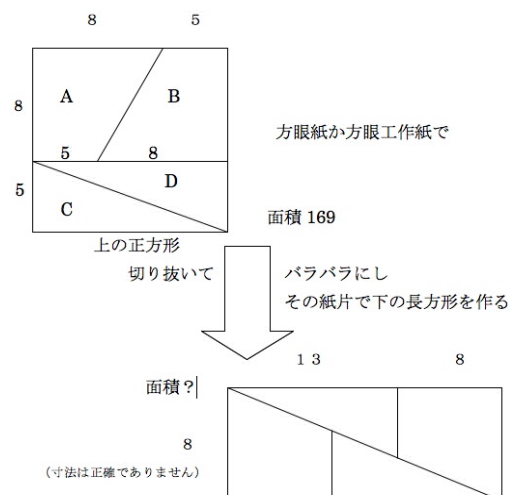
この後もズ〜と「1」の面積が増減するのだろうか？

しかも+1と-1が交互に起こっているようだ。こんなこと「なぜ起こる?」、「ピッタリになる切り方は?」と次々に疑問が増える。

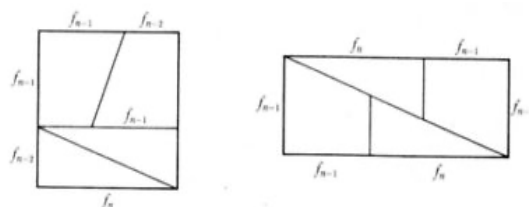
こうして、各人の手元で起こっていることを「解決」するということを考え、改めて次の右中図することを提案する（人はいかにして難問に対処してきたか」の「数学化プロセス」図）。

略解で「なぜだ!？」と誰しにも思わせることに成功したとしても、それは「数学化プロセス」におけるスタート台（下図①）に立ったに過ぎない。

この「面積増減の不思議」を解き明かすプロセス②〜⑥を辿ろう。



②では、この面積増減が「1」という不思議が、果たして一般的に成り立つのかを考えるために、まず、「課題の本質」を図式で表すと、数列 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... の正方形の辺の長さを示す数列 f_n は下図左のように、 $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ を満たしている。 f_{n-1} と f_{n-2} の和 f_n を一辺とする正方形を f_{n-1} と f_{n-2} で切り分け、次図右の長方形に裁ち合わせるとどんな場合について増減「1」が成り立つのかという問題を考えることとなる。



正方形の面積は式で表すと、 f_n^2 であるが、長方形の面積は

$(f_n + f_{n-1}) \cdot f_{n-1}$ 、
これは $f_{n+1} \cdot f_{n-1}$ と変形できる。

よって $(f_n + f_{n-1}) \cdot f_{n-1} = f_{n+1} \cdot f_{n-1}$
こうして、 $n \geq 2$ の時、この面積の差が「1」しかないということは次の恒等式が成立する

かどうかを調べればいいことになる。

$n \geq 2$ について $f_{n+1} \cdot f_{n-1} - f_n^2 = (-1)^n$ が成立する。

この式は シンプソン (Simpson) の恒等式といわれている。

③ではこのシンプソンの恒等式を証明する。

n に関する数学的帰納法によって次のように証明できる。

1) $n=2$ の場合には、 $f_3 \cdot f_1 - f_2^2 = 2 \cdot 1 - 1^2 = 1 = (-1)^2$

2) 次に、2 より大きいある n について、この式が正しいと仮定するとき、

$n+1$ について、

$$\begin{aligned} f_{n+2} \cdot f_n - f_{n+1}^2 &= (f_{n+1} + f_n) \cdot f_n - f_{n+1}^2 \\ &= f_{n+1} \cdot (f_n - f_{n+1}) + f_n^2 \\ &= f_{n+1} \cdot (f_n - f_{n+1}) + f_{n+1} \cdot f_{n-1} - (-1)^n \\ &= f_{n+1} \cdot (f_n + f_{n-1} - f_{n+1}) + (-1)^{n+1} \\ &= (-1)^{n+1} \quad (\text{証了}) \end{aligned}$$

以上によりシンプソンの恒等式は証明され、必ず「1」の増減が生じると言える。

④しかし、これは面積増減の不思議が一般的に成り立つと言えただけであって、図形増減の不思議の数学的種明かしをしたことにはなっていない。

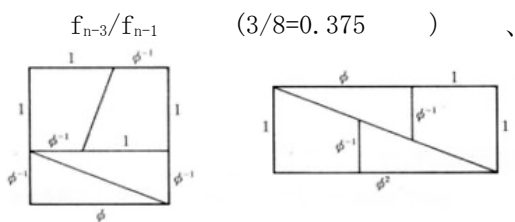
そこで図形増減の不思議を考えることに移る。

面積増減の不思議は、

長方形が、実は長方形になっていないことにある

実際、対角線にそった部分はピッタリとは合っていないのである。そこでは、単位面積分だけ、 n によって、ちょっと重なり合ったりごく細い隙間が開いていたりする。

これは対角線に相当する直線の勾配を計算してみると分かる、



$f_{n-2}/f_n \quad (5/13=0.385) \text{ および}$

$f_{n-1}/f_{n+1} \quad (8/21=0.381)$

となっている。これらの値は、とくに n が大きければほとんど違いがないので、ズレはちょっと見ただけでは見破れない。

⑤「面積増減の不思議」の「数学解」はステップ④で明らかになり、納得はできた。しかし、数学的には正方形をどのように切り分ければ、正しく長方形に組み合わせるのかとい

う数学的種明かしをしなければ、最初の常識が覆された不思議は解決されたことにはならない。

したがって、この「プロセス」はステップ⑥に続き、新たな「数学化プロセス」を始めなければならないということになる。

なお、ステップ⑤までの数式ならびに数学的証明を除く部分は、一種の「数学マジック」として多用されている。

⑥辺を収束値で分割する (証明が必要だが紙幅の関係で省略する)

面積増減の不思議は、正方形の辺の長さがフィボナッチ数列 u_n (後述) ならば起こる現象で、正方形を切り分けて正しく長方形に組み合わせる唯一の方法は、次のような理由から右図のよ

うに辺を特定の比 $1 : \Phi$ で内分する点で分割すれば良いといえる。

今、一辺を $1 : \Phi$ に内分したとして、 Φ で割ると下図左となる。この時、

底辺 $1 + 1/\Phi = \Phi$

同じく下図右の底辺も $1 + \Phi = \Phi^2$ である (2次方程式)。

正方形を切り分けて長方形に裁ち合わせ求積すると、面積はともに Φ^2 。

ここで Φ は $(1+\sqrt{5})/2$ でこの分割を黄金分割、あるいは黄金比と呼ぶ。

この Φ は、数楽1】の各自が思い浮かべた同符号の2数 (f_{n-1} , f_{n-2}) の和 f_n から作った数列 $\{f_n\}$ の比 f_{n-1}/f_{n-2} の収束値でもある (証明『今ない不確実...』パート1所収)。

各自が思い浮かべた同符号の2数から作られる数列は「リュカ数列 L_n 」と呼ばれる。

このリュカ数列の中で、 $f_1 = 1$, $f_2 = 1$ から始まる数列

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

が、自然界のいたるところで見ることのできる「フィボナッチ数列 u_n 」である。

(おわり)

あとがき

(不定期 up の次回に続く)

i) 山岸昭則『共生・共創の数理リテラシー教育と探究学習・考〜やらされ探究、高校生の探究公害、日々の理数探究で疲弊する教師たち〜』は、近年日本の教育現場（特に高校）で義務化された「総合的な探究の時間」や「理数探究」が引き起こしている制度的歪みと現場の限界を、数理リテラシー教育の視点から批判的に検証・位置づけた論考です。

2026年現在、教育界やSNSで大きな議論を呼んでいる「探究公害」や「教師の疲弊」といったリアルな社会問題をいち早く捉え、その構造的欠陥を解き明かす重要な位置付けを持っています。

本作における主要な論点と位置付けは以下の通りです。

1. 「探究学習」における3大病理の告発

本作は、綺麗事として語られがちなアクティブ・ラーニングや探究学習の裏にある、以下の3つの機能不全を鋭く指摘しています。

* 「やらされ探究」の常態化

学習指導要領での必修化や、大学入試（総合型選抜など）での実績作りのために、生徒自身に動機がないまま形だけで進められる「なんちゃって探究」の実態を分析しています。[1, 2, 3, 4]

* 「高校生の探究公害」の構造解明

2025年末から2026年にかけてSNS等で一気に表面化した「探究公害」（高校生がアボナして大学教授、専門家、地方自治体に「ネットで調べれば分かること」をインタビューしにいき、相手の時間を奪う迷惑行為）を扱っています。これは生徒の悪意ではなく、学校側の「外部連携の丸投げ」が原因であると位置づけています。[1, 2, 3, 4]

* 「日々の理数探究で疲弊する教師たち」の救済

ただでさえ長時間労働が問題視される公立高校の教員に、専門外の「高度な研究指導」まで求める制度設計の無理を指摘し、現場の悲鳴を代弁しています。[5]

2. 「数理リテラシー教育」の視点からの再定義

山岸氏の本稿における最も重要な位置付けは、これらの問題を「数理リテラシーの不足」という文脈からアプローチしている点にあります。

科学的なデータ分析や論理的思考の基盤（数理リテラシー）が育っていない状態で、いきなり「問いを立てて社会を調査せよ」と応用を強いるからこそ、表層的なパクリや、根拠の薄い「感想文レベル」の探究に終始してしまうのだ、という因果関係を論じています。

3. 教育改革に対する「冷徹な処方箋」としての位置付け

理想主義的な文部科学省の掛け声に対し、本作は「学校の枠組みを超えた共生・共創」の本当の意味を問い直すポジションを取っています。大学教員やNPOなどの外部リソースに依存しきるのはなく、「高校教育の現場で完結できる、身の丈に合った質の高い探究とは何か」を再構築するための、冷徹かつ実践的な議論のたたき台として位置づけられています。

この論考を踏まえ、現在の高校教育における「探究の評価基準」や、他の中高・大学が始めている「探究公害を防ぐためのガイドライン策定の動き」など、さらに具体的な現場の対策事例についても詳しくお知りになりたいですか？必要であれば、それらの最新動向も整理してお伝えできます。

[1]

[<https://news.yahoo.co.jp>](<https://news.yahoo.co.jp/expert/articles/230128f1f15a842687e93ae09e0281dcc0980e93>)

[2]

[<https://topics.smt.docomo.ne.jp>](<https://topics.smt.docomo.ne.jp/article/toyokeizai/bizskills/toyokeizai-930641>)

[3]

[<https://toyokeizai.net>](<https://toyokeizai.net/articles/-/930641?display=b>)

[4]

[<https://note.com>](https://note.com/doyo_basara/n/n566b63926043)

[5]

[<https://news.infoseek.co.jp>](https://news.infoseek.co.jp/article/toyokeizai_20260114_927769/)

GEMINI 生成 AI 2026.06.28

ii) ベキタイルと複雑系 M S-Edge AI 検索

1. ベキタイル理論の概要**ベキタイル**は、中学・

高校の代数学教育の文脈で開発された教材モデルであ

り、累乗や多項式の演算を視覚的・操作的に理解させる

ための具体化されたタイル（面積的表現）である $[^1]$

$[^8]$ 。

— **構成** : X の累乗 X^n を正方形や長方形状

のタイルとして表現。

— **操作** : 加減や乗除をタイルの結合・分解として直

感的に操作。

— **目的** : 抽象的な代数操作を空間的・可視化された

形で経験させることで、計算規則の誤認や置きを減少さ

せる。

さらに負の係数や3次以上多項式に対応する**キャンセ

ルタイル**を導入することで、負数の演算や高次式の因

数分解も拡張的に理解できる仕組みとなっている。ベキ
タイルは単なる教育用ツールに留まらず、複雑な非線型
構造を直感的に操作できる「半具体物」として解析対象
とすることも可能である。

2. 複雑系解析の概念

複雑系解析は、多数の要素が非線形・非平衡的に相
互作用するシステム（生命、社会、物理現象など）のマ
クロ振る舞いを理解・制御する数学的アプローチである
[²] [⁴] [⁶]。

— **特徴**：

- 局所ルールから全体パターンが創発（emergence）

する。

- 初期値の敏感性や非線形相互作用を含む。

- 履歴依存性や自己組織化を重視。

— **解析手法**：

- 微分方程式、確率過程、離散モデル、ネットワーク

理論。

- ベイズモデリングや統計力学的手法を用いた非平衡

系解析。

- フラクタル、カオス指標、エントロピー、アルゴリ

ズム情報量などを用いた定量化 [²] [⁵] [¹⁰]。

3. ベキタイルと複雑系解析の共通点

ベキタイル理論と複雑系解析は領域が異なるように見え
るが、以下の観点で対応関係が存在する。

共通要素	ベキタイル
複雑系解析	
構成的理解	タイル操作による多項式演算の理
	解 モデリングにより多要素の相互作用を観察・解析
非線形関係の可視化	$X^m \times X^n =$
	X^{m+n} の操作で累乗の構造を体感 非線形方程式
	や結合写像格子で局所ルールによる全体振る舞いを観測
局所→マクロの対応	個々のタイル操作から多項式
	全体の値や構造を理解 局所相互作用から創発的パター
	ン形成、秩序—無秩序相転移を解析
操作・シミュレーション	タイルの結合・分解によ
	る演算 数理モデルと数値シミュレーションによる振る
	舞い解析
抽象概念の具体化	抽象式を空間タイルとして体感
	可能に 抽象系をモデル化/シミュレーションし、創発
	や臨界現象を定量化

4. 数理的類似性

1. **スケーリング構造**:

ベキタイルの累乗構造 $X^m \times X^n = X^{m+n}$ は、複雑系解析での**べき乗則 (power-law) 分布**や**階層構造**に類似している [2]。

2. **局所操作による全体構築**:

タイル操作で1項ずつ組み合わせる操作は、複雑系における局所的規則からマクロパターンが創発する現象を直感的に示している。

3. **アルゴリズム解析**:

タイル操作に基づく多項式計算手順は、複雑系解析で用いられる数理モデリング・シミュレーション手順に対応しており、局所ルールからシステム全体を計算的に把握する手法的類似性がある。

5. 教育・研究的意義

- **教育面**:

- 非線形・多変数関係を可視的に理解させ、数学的直感を養う。

- ベキタイルの操作経験が、後の高次元データ解析や複雑系モデリングの理解基盤となる。

- **解析・研究面**:

- ベキタイルは抽象演算を操作系に落とし込む事例として、複雑系における局所→全体の変換や創発法則の教育的モデルになりうる。

まとめ

ベキタイル理論と複雑系解析は、形態は異なるが以下の共通基盤を持つ:

1. 数学・演算の抽象概念を具体的に操作可能な構造に落とし込むこと。
2. 局所構造・関係が全体構造にどう影響するかを理解可能にすること。
3. 再帰的・非線形的関係の可視化・操作によって直感的理解を促すこと。

したがって、ベキタイル理論は複雑系解析の基礎的視角を教育的に体感させる「縮尺された複雑系モデル」として機能することができる。

参考文献

[1]: 「タイルで広がる数学の世界」, アルジェブラ
タイル教育研究

[^2^]: 金野秀敏, 「複雑系数理解モデルの可能性」, J-STAGE, 2002

[^4^]: 複雑系科学 - Wikipedia

[^5^]: 複雑系の数理解析グループ, 京都大学

[^6^]: 「PowerPoint プレゼンテーション」, 複雑系解析研究資料

[^8^]: 秋山仁, 「美の背後に潜む数理」, 日本数学会通信, 2017

Source(s):

[^1^]: <https://ws-idea.artec-t.com/Tiles%20World/AlgebraTiles.pdf>

[^2^]: https://www.jstage.jst.go.jp/article/johokanri/56/8/56_498/_pdf

[^4^]:

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E8%A4%87%E9%9B%91%E7%B3%BB%E7%A7%91%E5%AD%A6>

[^5^]: [http://me.kyoto-](http://me.kyoto-u.ac.jp/coe21/report/h18/pdf/chap3ca.pdf)

[u.ac.jp/coe21/report/h18/pdf/chap3ca.pdf](http://me.kyoto-u.ac.jp/coe21/report/h18/pdf/chap3ca.pdf)

[^6^]: [http://is.nagoya-u.ac.jp/dep-](http://is.nagoya-u.ac.jp/dep-cs/morilabo/pdf_file_complex/1.pdf)
[cs/morilabo/pdf_file_complex/1.pdf](http://is.nagoya-u.ac.jp/dep-cs/morilabo/pdf_file_complex/1.pdf)

[^8^]:

<https://www.mathsoc.jp/publication/tushin/1702/1702akiyama.pdf>

[^10^]:

https://www.k.sc.e.titech.ac.jp/members_personal/nakao/Etc/wavelet_houkoku

iii) 小島和美『私をかえたベキタイル』(2013「数学教室」掲載)
<https://ws-idea.artec-t.com/Tiles%20World/kojimakazumi.pdf>